



COLEGIO JOSÉ FELIX DE
RESTREPO VÉLEZ

TALLER DE REFUERZO DE MATEMATICA
RAFAELA LUISA VÁSQUEZ LÓPEZ

SEMILLERO
DE
REMANSO
PAZ Y
AMOR

Factoriza completamente cada uno de los siguientes polinomios:

1) $10xy + 15xy^2$

2) $16x^2 - 9y^2$

3) $3m^3 + 3m^2 - 18m$

4) $6xy - 2xz + 8yz$

5) $64 + b^{12}$

6) $ax^2 - ay + 3a + bx^2 - by + 3b$

7) $18x^3y - 9x^2y + 27x^2y^2$

8) $64m^3 - 48m^2n + 12mn^2 - n^3$

9) $(3a + b)(2c - d) + 2a(2c - d)^2$

10) $a^{n+2} - a^{n-1}$

11) $3a^2b - 12ab^2 + 9ab$

12) $(a - b)^2 - (a + b)^2$

13) $4a(x + 2y) - b(x + 2y)$

14) $x^2 + 2x - 15$

15) $27a^3 - 64b^3$

16) $x^2 - 12x + 32$

17) $2y^2 + y - 3$

18) $5mx^2 - 5mx + 10m - 2n^2 + 2nx - 4n$

19) $-8a^2bc - 4abc$

20) $2x^2 - 5xy + 2y^2$

21) $x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y$

22) $x^3 + 64y^3$

23) $(y - 4)^2 - 5(y - 4) + 6$

24) $2ax + 2ay + bx + by$

25) $6x^2 - x - 12$

26) $x^4 - 8$

27) $6ux - 4uy + 3vx - 2vy$

28) $4x^2 - y^2 + 4y - 4$

29) $a^2b^2 - 20ab + 100$

30) $(2x + 1)^2 - 8(2x + 1) + 16$

31) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

32) $5ax - by + 10b - 50a - bx + 5ay$

33) $51x^2y^2 - 34xy^2 - 17xy$

34) $8a^3 - b^3$

35) $b^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 8a^3$

36) $6x^4 - 11x^3 - 10x^2$

37) $8x^3 + 27y^3$

38) $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4a^2b^2$

39) $x^2 - 6x + 9 - y^2$

40) $x^4y - x^2y^3$

41) $x^2 + 2xy + y^2 - a^2 - 2ab - b^2$

42) $a^2 - b^2 + a - b$

43) $125z^3 + 64y^3$

45) $a^3 - 9b^2 - 27b^3 + a^2$

47) $8b^2m^2 + 24b^2mn + 18b^2n^2$

49) $64m^3 - 27y^3$

51) $x^{2a} - y^{2b}$

53) $16x^4 - 25y^2$

55) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

57) $12x^2 - 29x + 15$

59) $10m^2 - 13mn - 3n^2$

61) $9a^2 - 6ab + b^2 - 25x^2 + 10xy - y^2$

63) $(x + y)^2 + 2(x + y) - 15$

65) $4a^2mx + 8a^2nx - 2a^2my -$

$4a^2ny$

67) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

69) $4x^2 + 4xy + y^2 - 18x - 9y + 18$

71) $12x^2z + 8y^2z - 15wx^2 - 10y^2w$

73) $a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a$

75) $(m - n)^2 - 8(m - n) + 16$

77) $20a^2 + 7a - 6$

44) $y^6 - 26y^3 - 27$

46) $16a^4 - 24a^2b + 9b^2$

48) $4x^2 + 10x - 6$

50) $25x^2 - 36y^2$

52) $a^2b^3x^2 - n^4 + a^2b^3 - 3a^2b^3x - n^4x^2 + 3n^4x$

54) $4x^2y^2 - (x^2 + y^2 - z^2)^2$

56) $6b^2 + 13b - 28$

58) $(x^2 + 8x + 16) - (y^2 + 2y + 1)$

60) $a^3 + b^3 - a^2 - 2ab - b^2 - a - b$ 62) $x^2 - 2xy + y^2 + 6x - 6y + 8$

64) $9m^2n + 18mn^2 - 27mn$

66) $6(x + y)^2 + 5(x + y) - 6$

68) $m^3 + n^3 + m^2 - mn + n^2$

70) $2x^3 - 28x^2 + 98x$

72) $3x^2 - 17x + 10$

74) $x^6 + 7x^3 - 44$

76) $6x^2 + 23x + 17$

78) $(a - b)^2 + 2(a - b) - 24$

79) $3a^2 + 5a - 22$

80) $m^2 - b^2 - 2mn + n^2$

EJERCICIOS: ESTADÍSTICA

Los niños, a diferencia de los adultos, tienden a recordar las películas, cuentos e historias como una sucesión de acciones más que el argumento en forma global y de conjunto. En el relato de una película, por ejemplo, utilizan con frecuencia las palabras “y entonces...”. Una psicóloga con suprema paciencia pidió a 50 niños que le contaran una determinada película que ellos habían visto. Consideró la variable: cantidad de “y entonces...” utilizados en el relato y registró los siguientes datos:

8 15 22 19 15 17 18 20 17 12
16 16 17 21 23 18 20 21 20 20
15 18 17 19 20 23 22 10 17 19
19 21 20 18 18 24 11 19 31 16
17 18 19 20 18 18 40 18 19 16

Como parte del mismo estudio la experimentadora obtuvo de 50 adultos el mismo tipo de datos. Estos fueron:

10 12 5 8 13 10 12 8 7 9 11 10 9 9 11 15 12 17 14 10
9 8 15 16 10 14 7 16 9 1 4 11 12 7 9 10 3 11 14 8
12 5 10 9 7 11 14 10 15 9.

Para ambas variables.

- Construya la tabla de frecuencias.
- Grafique ambas distribuciones (polígono de frecuencia y la ojiva) de manera que Puedan ser comparadas.
- Los puntos anteriores, ¿qué indican respecto de la conducta observada en niños y adultos?

EJERCICIOS: ESTADÍSTICA

- Estas son los puntajes obtenidos por los 100 candidatos que se presentaron a un concurso:

38	51	32	65	25	28	34	12	29	43
71	62	50	37	8	24	19	47	81	53
16	62	50	37	4	17	75	94	6	25
55	38	46	16	72	64	61	33	59	21
13	92	37	43	58	52	88	27	74	66
63	28	36	19	56	84	38	6	42	50
98	51	62	3	17	43	47	54	58	26
12	42	34	68	77	45	60	31	72	23
18	22	70	34	5	59	20	68	55	49
33	52	14	40	38	54	50	11	41	76

Presenta dichos datos en una tabla de intervalos de clase.

2. En una cierta ciudad, se registra el número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año, siendo los siguientes los datos obtenidos:

6	4	2	8	18	16	10	6	7	5	12	8	9
12	17	11	9	16	19	18	18	16	14	12	7	10
3	11	7	12	5	9	11	15	9	4	1	6	11
7	8	10	15	3	2	13	9	11	17	13	12	8

Confecciona una tabla de intervalos de clase.

3. Las edades de veinte chicos son 12, 13, 14, 10, 11, 12, 11, 13, 14, 12, 10, 12, 11, 13, 12, 11, 13, 12, 10 y 15. Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

- ¿Qué porcentaje de chicos tienen 12 años?
- ¿Cuántos chicos tienen menos de 14 años?

4. En cada día del mes de enero, en un camping hubo la siguiente cantidad de turistas: 12, 14, 17, 16, 19, 15, 15, 21, 24, 26, 28, 24, 25, 26, 20, 21, 34, 35, 33, 32, 34, 38, 40, 43, 41, 45, 50, 53, 58.

5. Construye una tabla de frecuencias para estos datos.

6. Representa mediante diagrama de barras, de sectores y de línea, los beneficios de la empresa ASIS (en millones) que han sido:

1970	200	1976	425
1971	250	1977	400
1972	250	1978	400
1973	300	1979	300
1974	350	1980	350
1975	400	1981	400

7. Compara los beneficios, mediante diagrama de barras compuestas, obtenidos por la empresa ASIS, utilizando los datos del ejercicio anterior, con los de la empresa Pérez, siguientes:

1970	300	1976	200
1971	350	1977	175
1972	275	1978	150
1973	300	1979	100
1974	250	1980	75
1975	200	1981	50

8. Representa mediante histograma y polígono de frecuencias, realizando también su ojiva, las siguientes poblaciones:

- a) Las estaturas de 30 soldados de una compañía en cm.

170	176	180	185	170	176
162	162	185	170	176	180
160	167	167	180	162	176
185	176	167	170	185	176
187	170	162	176	170	167

- b) Las cantidades en l/m² que los pluviómetros de 20 ciudades recogieron en un día de lluvia.

8	2	10	17	15
10	17	8	2	10
15	15	2	1	17
2	8	8	15	15

9. En un diagnóstico de educación física se pidió a los alumnos de los cuartos medios que hicieran abdominales durante 3 minutos. Se obtuvieron los siguientes resultados:

4º A: 45 38 43 29 34 60 54 27 32 33 23 34 34 28 56 62 56 57 45 47 48 54
33 45 44 41 34 36 34 54

4º B: 43 45 44 38 34 46 43 42 43 45 57 44 38 38 37 43 61 38 37 45 28 42
41 49 40 37 34 44 41 43

9. ¿Cuál de los dos cursos tiene el rendimiento más parejo? ¿qué distribución estadístico permite comparar la distribución de este tipo de datos? Y construye un histograma y polígono de frecuencias para cada uno de los grupos.

10. A continuación se presentan los resultados de ambos cursos en la prueba de diagnóstico de salto largo.

4º A : 3.2 3.5 4.9 5.0 3.1 4.1 2.9 2.8 3.8 4.5 4.3 4.5 4.1 5.8 3.9 3.6 4.2 4.6 1.9
2.8 2.9 3.3 3.9 4.2 4.1 4.3 4.6 4.4 3.8 3.6

4º B : 3.5 2.9 1.3 1.7 3.6 5.6 2.8 5.2 5.3 4.1 4.1 4.4 1.6 5.1 4.3 5.0 5.3 3.2 2.8
2.6 5.5 5.4 4.8 4.9 4.3 2.9 3.9 5.4 5.3 4.2

- Calcula el promedio de ambos cursos.
- Construye una tabla de frecuencias para cada curso
- construye un diagrama de sectores

11. Se han medido 75 alumnos, en centímetros, obteniéndose los siguientes datos:

175 156 172 159 161 185 186 192 179 163 164 170 164 167 168 174 172 168
176 166
167 169 182 170 169 167 170 162 172 171 174 171 155 171 171 170 157 170
173 173
174 168 166 172 172 158 159 163 163 168 174 175 150 154 175 160 175 177
178 180
169 165 180 166 184 183 174 173 162 185 189 169 173 171 173

Agrupar estos resultados en 8 intervalos y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central.

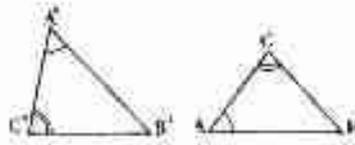
12. A los mismos alumnos anteriores se les aplicó una prueba de inteligencia, estos han sido:

87 105 88 103 114 125 108 107 118 114 129 100 106 113 105 111 94 115
89 82
141 92 132 112 97 135 101 104 130 99 114 91 145 95 101 115 104 87
108 115
103 132 110 113 102 109 124 98 140 107 93 108 122 117 114 141 116 108
102 101
118 138 99 105 112 94 96 132 118 123 108 131 127 100 91

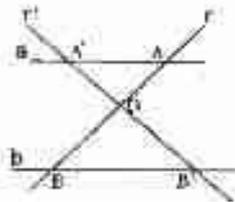
Agrupar los datos en intervalos de amplitud 8 y confeccionar una tabla de frecuencias y construir un histograma y un polígono de frecuencia.

CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIANGULOS

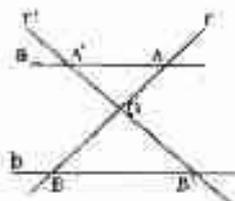
1. Los lados de un triángulo miden 24 m., 18m. y 36 m., respectivamente. Si los lados de otro triángulo miden 12m., 16 m. y 24 m., respectivamente. Determina si son o no semejantes, justificando tu respuesta.
2. Si los triángulos ABC y A'B'C' tienen iguales los ángulos marcados del mismo modo, establece la proporcionalidad de sus lados.



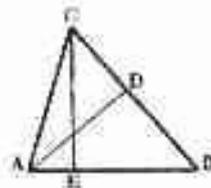
3. Los lados de un triángulo miden 36 m., 42 m. y 54 m., respectivamente. Si en un triángulo semejante a éste, el lado homólogo del primero mide 24 m., hallar los otros dos lados de este triángulo.
4. La razón de semejanza del triángulo ABC con el triángulo A'B'C' es 3:4. Si los lados del primero son 18, 21 y 30, determina los lados del segundo.
5. Los lados de un triángulo rectángulo miden 6 m., 8 m. y 10 m. respectivamente. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero si su hipotenusa mide 15 m.?
6. Si $a//b$, r y r' secantes que se cortan en O. Demuestra que $\triangle OAA' \sim \triangle OBB'$.



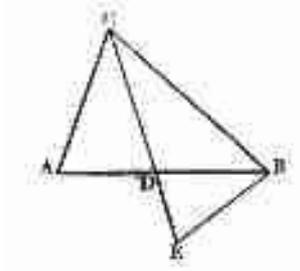
7. Si $a//b$, r y r' secantes que se cortan en O y $OA = 8$ cm., $OB = 12$ cm., $AA' = 10$ cm., $A'B' = 15$ cm. Determina OB' y BB' .



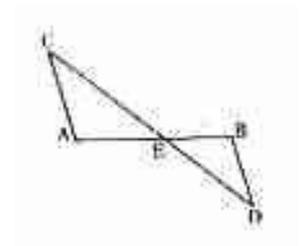
8. En el $\triangle ABC$, $AD \perp BC$ y $CE \perp AB$. Demostrar que $CE \cdot AB = AD \cdot BC$



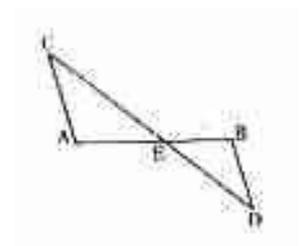
9. Si en el $\triangle ABC$, CD es la bisectriz del $\angle ACB$ y $\angle ABE \cong \angle ACD$, demostrar que $\triangle ACD \sim \triangle DBE$ y que $\triangle ADC \sim \triangle CEB$.



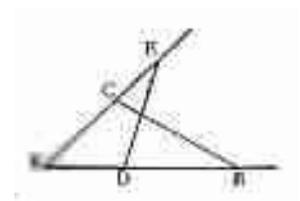
10. Los lados de un triángulo miden 2 cm., 1,5 cm. y 3 cm. Construye, sobre un segmento de 2,5 cm., homólogo del primer lado de este triángulo, un triángulo semejante a aquel.
11. Si los segmentos AB y CD se cortan en un punto E tal que $CE \cdot EB = ED \cdot AE$, demostrar que los segmentos AC y BD que unen sus extremos, son paralelos.



12. Si $AE = 12$, $EB = 28$, $CE = 15$, $AC = 18$, determinar ED y BD.



13. Si los segmentos BC y DE tienen sus extremos en los lados del $\angle EAB$ y forman con estos lados los ángulos BCE y EDB iguales, demuestra que el $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.



14. Calcula AC y BC, sabiendo que $AE = 18$ cm., $AB = 12$ cm., $DB = 6$ cm. y $DE = 21$ cm.

